



Seminar: Extremwerttheorie

Termine: Das Seminar findet **online** am **15. Juni (Teil 1)** und am **16. Juni (Teil 2)** statt.

- ▶ **25. - 29. Mai** In einer ersten Vorbesprechung (spätestens zwei Wochen vor dem Vortrag) gehen wir zusammen die grobe Struktur des Vortrags durch und entscheiden, welche Beweise/Beweisteile ausführlich vorgestellt werden.
- ▶ **8. - 12. Juni** Bitte schickt uns eine (vorläufige) Version eures Handouts zu. In der Woche vor dem Vortrag können wir in einer zweiten Besprechung letzte Fragen klären und überprüfen, ob die gewählte Vortragsmethode funktioniert (Screensharing etc.).

Gebiet: Angewandte Mathematik, Stochastik

Sprache: Das Seminar wird auf Deutsch angeboten. Es ist aber möglich einzelne Vorträge auf Englisch zu halten.

Voraussetzungen: Das Seminar richtet sich an Bachelor- und Masterstudierende, die mit typischen Fragestellungen der Vorlesung *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik* vertraut sind. Kenntnis der Vorlesungen *Wahrscheinlichkeitstheorie 1* und *Statistik 1* ist hilfreich, wird aber nicht vorausgesetzt.

Beschreibung des Seminars:

Das Seminar soll einen Einblick in die *Extremwerttheorie* geben. Als Literaturvorlage verwenden wir das Vorlesungsskript

Zakhar Kabluchko: Extremwerttheorie

das als PDF-Dokument verfügbar ist unter

www.uni-muenster.de/imperia/md/content/Stochastik/skript_extremwerttheorie.pdf.

Es wird erwartet, dass jede/r Studierende einen 60-minütigen Vortrag hält. Ein Handout mit den wichtigsten Definitionen, Ergebnissen und Beweisskizzen sollte für die anderen Seminarteilnehmenden vorbereitet werden.

Ablauf des Seminars:

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, wie der Vortrag gehalten werden kann.

- ▶ Folienvortrag mit Screensharing über WebEx (<https://www.urz.uni-heidelberg.de/de/webex>), auch mit gescannten handschriftlichen Notizen möglich
- ▶ "Live"-handgeschriebener Vortrag (z.B. mit Tablet, hier eine Anleitung zum Abfilmen des Papiers z.B. mit einem Handy https://wiki.elearning.mathphys.info/index.php/Anleitung:_Papier_abfilmen)
- ▶ *bei schlechter Internetverbindung:* Vortrag vorher aufnehmen z.B. per Screenrecording
- ▶ *bei schlechter Internetverbindung:* Tafelvortrag/Beamervortrag im Seminarraum aufnehmen (Kamera kann ausgeliehen werden)



Vortragsthemen

Teil 1: Extremwertverteilungen und Max-Anziehungsbereiche

- ▶ **Einführung: Was ist Extremwerttheorie? (Kapitel 1)**
 - die Verteilung des Maximums einer Zufallsvariablen
 - die drei möglichen Extremwertverteilungen: Gumbel, Fréchet, Weibull
 - der Satz von Fisher-Tippett-Gnedenko
 - max-Anziehungsbereiche
- ▶ **Cauchy-Funktionalgleichung (Kapitel 2)**
(Hilfsmittel für den Beweis des Satzes von Fisher-Tippett-Gnedenko)
 - Definition von additiven und multiplikativen Funktionen
 - Satz von Cauchy (Charakterisierung stetiger additiver Funktionen)
 - Satz von Steinhaus, Satz von Ostrowski (Charakterisierung messbarer additive Funktionen)
 - Hamel-Funktionen (Notwendigkeit der Messbarkeitsbedingung)
- ▶ **Satz von Fisher-Tippett-Gnedenko (Kapitel 3)**
 - "convergence-of-types"-Theorem (Satz von Chintschin)
 - max-stabile Verteilungen
 - Äquivalenz von Extremwertverteilungen und max-stabilen Verteilungen.
 - Charakterisierung von max-stabilen Verteilungen (und von Extremwertverteilungen)
- ▶ **Regulär variierende Funktionen (Kapitel 4)**
(Hilfsmittel für die Bestimmung von Max-Anziehungsbereichen)
 - langsam variierende und regulär variierende Funktionen
 - Satz von Karamata (Darstellung von variierenden Funktionen)
 - Abschätzungen (asymptotisches Verhalten, Satz von Potter)
- ▶ **Max-Anziehungsbereiche (Kapitel 5)**
 - Bestimmung des Max-Anziehungsbereich der Fréchet-Verteilung (mit Beweis)
 - Max-Anziehungsbereich der Weibull-Verteilung (ohne Beweis)
 - Max-Anziehungsbereich der Gumbel-Verteilung (ohne Beweis)
 - von Mises-Bedingungen (einfach zu überprüfende, hinreichende Bedingungen für den Max-Anziehungsbereich)



Teil 2: Statistik der Extremwertverteilungen

- ▶ **Blockmaxima, Peaks-over-Threshold - Methoden (Kapitel 6)**
(Simulationen (z.B. mit R) sind erwünscht!)
 - motivierendes Beispiel: z.B. *wie hoch sollte ein Damm gebaut werden, damit eine Überflutung unwahrscheinlich ist?*
 - GEV-Verteilungen
 - Blockmaxima, Schätzung der GEV-Parameter mit der Maximum-Likelihood-Methode
 - PP-Plots, QQ-Plots
 - Peaks-over-Threshold-Methode
- ▶ **Ordnungsstatistiken (Kapitel 7)**
(Simulationen (z.B. mit R) sind erwünscht!)
 - motivierendes Beispiel: z.B. *wie hoch sollte ein Damm gebaut werden, damit eine Überflutung unwahrscheinlich ist?*
 - Verteilung von Ordnungsstatistiken, Markov-Eigenschaft
 - Verteilungskonvergenz von extremen Ordnungsstatistiken
 - Darstellung von Ordnungsstatistiken
 - Beispiele: Ordnungsstatistiken der Exponential- und Uniformverteilung
 - Gumbel-Überschreitungsmethode
- ▶ **Rekorde (Kapitel 8)**
(Simulationen (z.B. mit R) sind erwünscht!)
 - Satz von Rényi
 - Verteilung der Anzahl der Rekorde
 - Verteilung der Rekordzeiten (Simulation mit Hilfe der Markov-Eigenschaft)
 - Zentraler Grenzwertsatz für die Anzahl der Rekorde und für Rekordzeiten
- ▶ **Poisson-Punktprozesse (Kapitel 9)**
(Simulationen (z.B. mit R) sind erwünscht!)
 - Definition von Poisson-Punktprozessen
 - Superpositionssatz
 - Abbildungssatz
- ▶ **Konvergenz von Punktprozessen (Kapitel 10)**
(Simulationen (z.B. mit R) sind erwünscht!)
 - Definition von *vager* Konvergenz
 - Konvergenz der extremen Ordnungsstatistiken
 - Konvergenz der Rekordzeiten
 - Extremwertprozesse